



# Penerapan *Laplacian of Gaussian* Dalam Mendeteksi Tepi Luka Bakar Pada Manusia

Hasanuddin Gulo

Prodi Teknik Informatika, Universitas Budi Darma, Medan, Indonesia

Email: [hasan@gmail.com](mailto:hasan@gmail.com)

**Abstrak**—Luka bakar adalah kerusakan jaringan yang disebabkan oleh kontak dengan suhu tinggi seperti api, air panas, listrik, bahan kimia, dan radiasi. Deteksi tepi citra menjadi bagian yang penting dalam radioterapi karena proses ini merupakan langkah awal pemisahan objek dalam citra yang memiliki perbedaan karakteristik dan ciri khas tersendiri. Batas antara satu objek dengan objek lain dalam citra yang berbeda karakteristik telah jelas, maka selanjutnya citra medis dapat dilakukan analisa citra lebih lanjut dan juga diagnosa kondisi penyakit pasien yang terlihat dengan menginterpretasikan citra medis tanpa harus melakukan pembedahan. Deteksi tepi dilakukan dengan menggunakan *Laplacian of Gaussian*, operator ini akan menangkap tepian dari semua arah dan menghasilkan tepian yang lebih tajam.

**Kata Kunci:** Laplacian of Gaussian, Luka Bakar

**Abstract**—Burns are tissue damage caused by contact with high temperatures such as fire, hot water, electricity, chemicals, and radiation. Image edge detection is an important part of radiotherapy because this process is the first step in separating objects in images that have different characteristics and characteristics. The boundary between one object and another object in an image with different characteristics is clear, then the medical image can be further analyzed and also the patient's disease condition diagnosis is seen by interpreting the medical image without having to perform surgery. Edge detection is performed using Laplacian of Gaussian, this operator will capture edges from all directions and produce sharper edges.

**Keywords:** Laplacian of Gaussian, Burns

## 1. PENDAHULUAN

Luka bakar adalah kerusakan jaringan yang disebabkan oleh kontak dengan suhu tinggi seperti api, air panas, listrik, bahan kimia, dan radiasi. Cedera lain yang termasuk luka bakar adalah sambaran petir, sengatan listrik, sinar X, dan bahan korosif. Kerusakan yang terjadi tergantung pada tinggi suhu dan lama kontak. Luka bakar memicu inflamasi tidak terkontrol dan menekan system imun yang cenderung menyebabkan infeksi, sepsis dan kegagalan multi organ dengan tingkat kematian tinggi. Penelitian ini bertujuan untuk mengurangi rasa sakit pada luka bakar.

Citra (gambar) adalah suatu representasi, kemiripan, atau imitasi dari suatu objek. Citra mengandung informasi tentang objek yang dipresentasikan. Sehingga citra mampu memberikan informasi yang lebih banyak dibanding data teks. Untuk mempresentasikan objek lebih akurat dilakukan pengolahan citra. Pengolahan citra merupakan proses memanipulasi dan menganalisis citra menggunakan bantuan komputer yang bertujuan untuk memperbaiki, mengekstrak informasi dan menambah kualitas citra. Secara umum operasi pengolahan citra dapat diklarifikasikan sebagai perbaikan kualitas citra, restorasi citra, pemampatan citra, segmentasi citra, dan rekonstruksi citra. Salah satu pengolahan citra yang lebih spesifik adalah deteksi tepi.

Tepi (*edge*) adalah perubahan nilai intensitas abu yang mendadak (besar) dalam jarak yang singkat. Tapi biasanya terdapat pada batas antara dua daerah yang berbeda pada citra karena tepi mencirikan batas-batas objek di tepi dalam citra. Pendeteksian merupakan langkah pertama untuk melingkupi informasi didalam citra. Informasi yang diperoleh dapat berupa bentuk maupun ukuran objek. Tujuan pendeteksian tepi adalah untuk meningkatkan penampakan garis batas suatu daerah atau objek didalam citra.

Pada tepi yang curam, turunan keduanya mempunyai persilangan nol (*zero-crossing*), yaitu titik dimana terdapat pergantian tanda nilai keturunan kedua. Operator turunan kedua (*Laplace*) sangat sensitif terhadap derau (*noise*) sehingga pendeteksian tepi kurang akurat. Untuk mengatasi hal tersebut, deteksi tepi menggunakan turunan kedua (*Laplace*) dikombinasikan dengan fungsi *Gauss*. Fungsi *Gauss* bertujuan untuk melemahkan derau (*noise*) yang ada pada citra. Teknik deteksi tersebut dikenal dengan Metode *Laplace Gauss*. Metode LoG (*Laplacian of Gaussian*) adalah operator deteksi tepi orde kedua yang boleh dikatakan sukses untuk mengurangi tingkat sensitive terhadap derau. Hal ini disebabkan penggunaan fungsi *Gaussian* yang memuluskan citra dan berdampak pada pengurangan derau pada citra. Akibatnya, operator mereduksi jumlah tepi yang salah terdeteksi.

Penelitian, Nurhasanah, yang berjudul "Pendeteksian Tepi Citra CT Scan dengan menggunakan *Laplacian of Gaussian* (LOG), mengatakan bahwa metode LoG (*Laplacian of Gaussian*) adalah salah satu operator deteksi tepi yang dikembangkan dari turunan kedua. *Laplacian of Gaussian* terbentuk dari proses *Gaussian* yang diikuti operasi *laplace*. Fungsi *Gaussian* akan mengurangi derau sedangkan *Laplacian mask* meminimalisasi kemungkinan kesalahan deteksi tepi. Operator *Laplace* mendeteksi lokasi tepi lebih akurat khususnya pada tepi yang curam. Hal ini dikarenakan *zero-crossing* sendiri yang mendefinisikan lokasi tepi. Pada tepi yang curam, turunan keduanya mempunyai *zerocrossing*, yaitu titik dimana terdapat pergantian tanda nilai turunan kedua sedangkan pada tepi yang landai tidak terdapat *zero-crossing*. Tepi dari suatu objek pada image dimodelkan dengan menentukan spesifikasi dari unsure posisi, orientasi dan nilai intensitas yang konstan. Operator ini bekerja dengan mencari nilai nol pada turunan kedua dari citra, karena ketika turunan pertama terdapat pada nilai maksimum maka turunan kedua akan menghasilkan nilai nol [1].



Penelitian Kustanto, yang berjudul “Computing Grayscale Of Face Detection menggunakan Metode *Sobel* dan *Laplacian Of Gaussian*”, mengatakan bahwa metode LoG (*Laplacian of Gaussian*) merupakan metode yang menggunakan operator *Laplacian Operator*. *Laplacian* adalah operator yang berbasis gradien yang menggunakan dua buah kernel yang berukuran 3x3 pixel. Operator ini mengambil arah diagonal untuk penentuan arah dalam penghitungan nilai gradient [2].

Penelitian Annikmah Ritonga, mengatakan bahwa metode LoG (*Laplacian of Gaussian*) merupakan sebuah metode pendeteksian tepi yang menggunakan turunan keduanya untuk melakukan proses edge detection dan menghasilkan sebuah tampilan image yang berbeda dengan menampilkan efek relief. Operator ini sangat berbeda dari operator lainnya karena operator *Laplacian of Gaussian* berbentuk *omny directional* (tidak horizontal dan tidak vertikal). Operator ini akan menangkap tepian dari semua arah dan menghasilkan tepian yang lebih tajam. Operator ini mengambil arah diagonal untuk penentuan arah dalam penghitungan nilai gradient [3].

Maka mendesain dan mengembangkan program deteksi tepi (*edge detection*) berdasarkan operator turunan kedua (*Laplacian*) untuk bagaimana agar obyek dari tepi penyakit *aterosklerosis* dapat disederhanakan bentuknya dari bentuk sebelumnya dengan perpaduan garis tepi serta dapat membantu mendeteksi tepi citra dari penyakit *aterosklerosis*. Oleh karena itu, penulis mencoba menerapkan metode *Laplacian of Gaussian* pada pendeteksian tepi citra penyakit *aterosklerosis* sebagai alternatif dalam penyelesaian masalah deteksi tepi citra penyakit *aterosklerosis*.

## 2. METODOLOGI PENELITIAN

### 2.1 Deteksi Tepi

Deteksi tepi (Edge Detection) pada suatu citra adalah suatu proses yang menghasilkan tepi-tepi dari obyek-obyek citra, tujuannya adalah untuk menandai bagian yang menjadi detail citra dan untuk memperbaiki detail dari citra yang kabur, yang terjadi karena error atau adanya efek dari proses akuisisi citra. Suatu titik (x,y) dikatakan sebagai tepi (edge) dari suatu citra bila titik tersebut mempunyai perbedaan yang tinggi dengan tetangganya. Deteksi tepi berfungsi untuk memperoleh tepi objek. Deteksi tepi memanfaatkan perubahan nilai intensitas yang drastis pada batas dua area. Definisi tepi di sini adalah “himpunan piksel yang terhubung yang terletak pada batas dua area”. Deteksi tepi dapat dibagi menjadi dua golongan. Golongan pertama disebut deteksi tepi orde pertama, yang bekerja dengan menggunakan turunan atau diferensial orde pertama. Termasuk kelompok ini adalah operator Roberts, Prewitt, dan Sobel. Golongan kedua dinamakan deteksi tepi orde kedua, yang menggunakan turunan orde kedua. Contoh yang termasuk kelompok ini adalah *Laplacian of Gaussian* (LoG). Berbagai teknik deteksi tepi bekerja dengan cara yang berbeda. Masing-masing memiliki kekuatan. Itulah sebabnya, eksperimen pada suatu aplikasi dengan menggunakan berbagai teknik deteksi tepi perlu dilakukan untuk mendapatkan hasil yang terbaik [4].

### 2.2 Citra

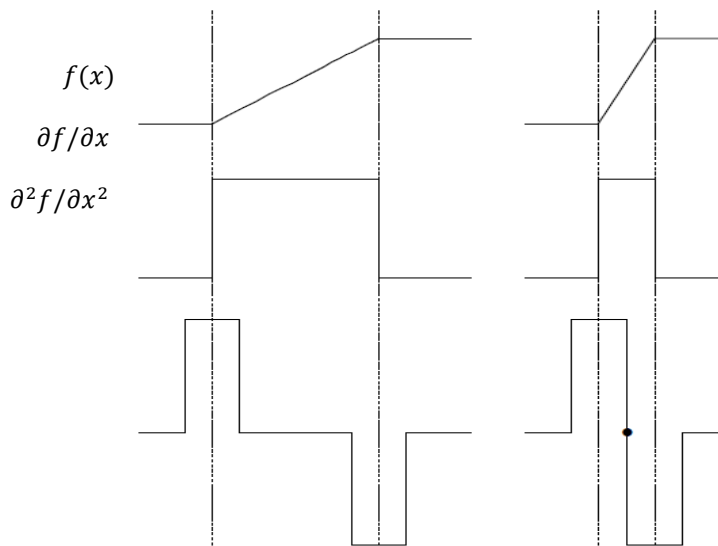
Citra adalah suatu representasi (gambaran), kemiripan, atau imitasi dari suatu objek. Citra sebagai keluaran suatu sistem perekaman data dapat bersifat optik berupa foto, bersifat analog berupa sinyal-sinyal video seperti gambar pada monitor televisi, atau bersifat digital yang dapat langsung disimpan pada suatu media penyimpan. Pengolahan citra adalah pemrosesan citra, khususnya menggunakan komputer, menjadi citra yang kualitasnya lebih baik dan sesuai dengan keinginan pemakai. Pengolahan citra bertujuan memperbaiki kualitas citra agar mudah diinterpretasi oleh manusia atau mesin (dalam hal ini komputer). Teknik-teknik pengolahan citra mentransformasikan citra ke citra yang lain. Jadi masukannya adalah citra dan keluarannya juga citra, namun citra keluaran atau hasil mempunyai kualitas lebih baik dari pada citra masukan [3].

### 2.3 Metode *Laplacian of Gaussian*

*Laplacian of Gaussian* adalah salah satu operator deteksi tepi yang dikembangkan dari turunan kedua. *Laplacian of Gaussian* terbentuk dari proses *Gaussian* yang diikuti operasi *laplace*. Fungsi *Gaussian* akan mengurangi derau sedangkan *Laplacian mask* meminimalisasi kemungkinan kesalahan deteksi tepi. Operator Laplace mendeteksi lokasi tepi lebih akurat khususnya pada tepi yang curam. Hal ini dikarenakan *zero-crossing* sendiri yang mendefinisikan lokasi tepi. Pada tepi yang curam, turunan keduanya mempunyai *zerocrossing*, yaitu titik dimana terdapat pergantian tanda nilai turunan kedua sedangkan pada tepi yang landai tidak terdapat *zero-crossing*. Tepi dari suatu objek pada image dimodelkan dengan menentukan spesifikasi dari unsure posisi, orientasi dan nilai intensitas yang konstan. Operator ini bekerja dengan mencari nilai nol pada turunan kedua dari citra, karena ketika turunan pertama terdapat pada nilai maksimum maka turunan kedua akan menghasilkan nilai nol [1].

*Laplacian of Gaussian* (LoG) adalah operator deteksi tepi orde kedua yang boleh dikata sukses untuk mengurangi tingkat sensitive terhadap derau. Hal ini disebabkan penggunaan fungsi *Gaussian* yang memuluskan citra dan berdampak pada pengurangan derau pada citra (Crane, 1997). Operator turunan kedua disebut juga operator Laplace. Operator Laplace mendeteksi lokasi tepi lebih akurat khususnya pada tepi yang curam. Pada tepi yang curam, turunan keduanya mempunyai persilangan nol (*zero-crossing*), yaitu titik di mana terdapat pergantian tanda nilai turunan kedua (Gambar 2.6), sedangkan pada tepi yang landai tidak terdapat persilangan nol. Persilangan nol merupakan lokasi tepi yang akurat. Turunan kedua fungsi dengan dua pengubah adalah:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \dots \dots \dots (2)$$



(a)Tepi Landai                      (b) Tepi Curam

**Gambar 1.** Deteksi tepi dengan operator turunan kedua  
Sumber : (Darma Putra, 2010)

Dengan menggunakan definisi hampiran selisih-mundur (*backward difference approximation*):

$$G_3(x) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \frac{f(x,y) - f(x-\Delta x,y)}{\Delta x} \dots \dots \dots (3)$$

$$G_3(y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{f(x,y) - f(x,y-\Delta y)}{\Delta y} \dots \dots \dots (4)$$

Maka :

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \dots \dots \dots (5)$$

$$\begin{aligned} G_1(G_3(x)) &= G_1(G_3(y)) \\ &= \frac{1}{\Delta x} G_1(f(x,y)) - G_1(f(x-\Delta x,y)) + \frac{1}{\Delta y} G_1(f(x,y)) - G_1(f(x,y-\Delta y)) \\ &= \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{f(x+\Delta x,y) - f(x,y) - f(x,y) + f(x-\Delta x,y)}{\Delta x} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{f(x,y+\Delta y) - f(x,y) - f(x,y) + f(x,y-\Delta y)}{\Delta y} \right\} \\ &= \frac{f(x+\Delta x,y) - 2f(x,y) + f(x-\Delta x,y)}{(\Delta x)^2} \\ &\quad + \frac{f(x,y+\Delta y) - 2f(x,y) + f(x,y-\Delta y)}{(\Delta y)^2} \end{aligned}$$

Dengan mengasumsikan  $\Delta x = \Delta y = 1$ , maka diperoleh :

$$\begin{aligned} \Delta^2 f(x,y) &= f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1) \\ &= f(x,y-1) + f(x-1,y) - 4f(x,y) + f(x+1,y) + f(x,y+1) \end{aligned}$$

Atau dapat dinyatakan sebagai *mask* :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

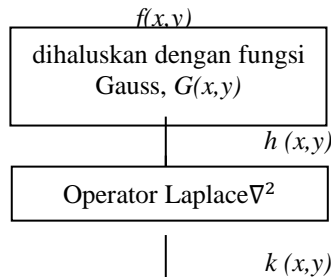
Selain *mask* di atas, masih ada dua hampiran operator Laplace yang lain, yaitu

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ dan } \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Kadang-kadang diinginkan memberi bobot yang lebih pada *pixel* tengah di antara *pixel* tetangganya. Operator Laplace yang digunakan untuk tujuan ini adalah

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -20 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Operator Laplace termasuk ke dalam penapis lolos-tinggi sebab jumlah seluruh koefisiennya nol dan koefisiennya mengandung nilai negatif maupun positif. Kadangkala pendeteksian tepi dengan operator Laplace menghasilkan tepi-tepi palsu yang disebabkan oleh gangguan. Untuk mengurangi kemunculan tepi palsu, citra disaring dulu dengan fungsi Gaussian (Gambar 2).



**Gambar 2.** Skema pendeteksian tepi untuk citra yang mengalami gangguan.  
 Sumber : (Darma Putra, 2010)

Berdasarkan skema pada Gambar 2:

$$k(x, y) = \nabla^2 h(x, y) \dots \dots \dots (6)$$

Dan  $h(x, y) = f(x, y) * G(x, y) \dots \dots \dots (7)$

Maka dapat dibuktikan bahwa

$$\nabla^2 [f(x, y) * G(x, y)] = f(x, y) * \nabla^2 G(x, y) \dots \dots \dots (8)$$

Jadi  $k(x, y) = f(x, y) * \nabla^2 G(x, y) \dots \dots \dots (9)$

yang dalam hal ini  $\nabla^2 G(x, y) = \left( \frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4} \right) e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} \dots \dots \dots (10)$

Transformasi Laplace adalah proses mengubah fungsi F(t) dari fungsi waktu ke fungsi kompleks f(s) dari operasi kompleks S. Transformasi Laplace dari suatu fungsi F(t) didefinisikan sebagai:

$$L\{F(t)\} = f(s) = \int_0^\infty e^{-st} \cdot F(t) \cdot dt \dots \dots \dots (11)$$

**Tabel 1.** Transformasi Laplace untuk beberapa fungsi dasar

1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
$t^n ; (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$
$t^p ; (p > -1)$	$\frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}$	$s > 0$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$s >  a $
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}$	$s >  a $

Buktikan  $L\{1\} = \frac{1}{s} !$

Bukti :

$$\begin{aligned}
 L\{F(t)\} &= \int_0^\infty e^{-st} \cdot F(t) \cdot dt \\
 L\{1\} &= \int_0^\infty e^{-st} (1) dt = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^\mu e^{-st} dt \\
 &= \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^\mu e^{-st} d(e^{-st}) = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left( -\frac{1}{s} e^{-st} \right) \Big|_0^\mu \\
 &= -\frac{1}{s} \lim_{\mu \rightarrow \infty} (e^{-\mu s} - e^0) = -\frac{1}{s} (0 - 1) = \frac{1}{s}
 \end{aligned}$$

Buktikan :  $L\{t\} = \frac{1}{s^2} !$

Bukti :  $L\{F(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} F(t) dt$



$$\begin{aligned}
L\{t\} &= \int_0^\infty e^{-st} (1) dt = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^\mu t \cdot e^{-st} dt \\
&= -\frac{1}{s} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^\mu t \cdot d(e^{-st}) = -\frac{1}{s} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left[ t \cdot e^{-st} \Big|_0^\mu - \int_0^\mu e^{-st} \cdot d(t) \right] \\
&= -\frac{1}{s} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left[ t \cdot e^{-st} \Big|_0^\mu \right] + \frac{1}{s} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^\mu e^{-st} \cdot (1) dt \\
&= -\frac{1}{s} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left[ 1/s \cdot e^{-st} \Big|_0^\mu \right] + \frac{1}{s} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^\mu e^{-st} \cdot (1) dt \\
&= -\frac{1}{s} (0) + \frac{1}{s} \int_0^\infty e^{-st} (1) dt = 0 + \frac{1}{s} \cdot L\{1\} = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2}
\end{aligned}$$

Buktikan :  $L\{t^2\} = \frac{2}{s^3}$  !

Bukti :

$$\begin{aligned}
L\{F(t)\} &= \int_0^\infty e^{-st} \cdot F(t) \cdot dt \\
L\{t^2\} &= \int_0^\infty e^{-st} \cdot t^2 \cdot dt \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_0^\rho t^2 \cdot e^{-st} dt \\
&= \lim_{\rho \rightarrow \infty} -\frac{1}{s} \int_0^\rho t^2 \cdot e^{-st} d(-st) \\
&= -\frac{1}{s} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_0^\rho t^2 d(e^{-st}) \\
&= -\frac{1}{s} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[ t^2 e^{-st} \Big|_0^\rho - \int_0^\rho e^{-st} d(t^2) \right] \\
&= -\frac{1}{s} \left[ \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left\{ \frac{t^2}{e^{st}} \Big|_0^\rho \right\} - \lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_0^\rho e^{-st} (2t) dt \right] \\
&= -\frac{1}{s} \left[ \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\rho^2}{e^{s\rho}} - \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{0^2}{e^{s0}} - 2 \int_0^\infty e^{-st} \cdot t \cdot dt \right] \\
&= -\frac{1}{s} [0 - 0 - 2 L\{t\}] \\
&= -\frac{1}{s} \left[ -2 \cdot \frac{1}{s^2} \right] \\
L\{t^2\} &= \frac{2}{s^3}
\end{aligned}$$

Buktikan :  $L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$  !

Bukti :

$$\begin{aligned}
L\{1\} &= L\{t^n\} = \frac{1}{s} = \frac{0!}{s^{0+1}} \\
L\{1\} &= \frac{1}{s^2} = \frac{1!}{s^{1+1}} \\
L\{t^2\} &= \frac{2}{s^3} = \frac{2 \cdot 1}{s^{2+1}} = \frac{2!}{s^{2+1}} \\
L\{t^2\} &= \frac{n!}{s^{n+1}}
\end{aligned}$$

Bukti  $L\{t^n\} = \frac{\gamma(n+1)}{s^{n+1}}$

Bukti :

Fungsi Gamma :  $\gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx$

$$\gamma(n+1) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n+1-1} dx$$

$$\gamma(n+1) = \int_0^\infty e^{-x} x^n dx \text{ misalkan : } x = st$$

$$dx = s \cdot dt$$

$$\gamma(n+1) = \int_0^\infty e^{-st} (st)^n s \cdot dt$$

$$\gamma(n+1) = \int_0^\infty e^{-st} s^n t^n s \cdot dt$$

$$\gamma(n+1) = s^{n+1} \int_0^\infty e^{-st} t^n dt$$

$$\gamma(n+1) = s^{n+1} \cdot L\{t^n\}$$

$$L\{t^n\} = \frac{\gamma(n+1)}{s^{n+1}}$$

$$\text{maka } L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}} = \frac{\gamma(n+1)}{s^{n+1}} \rightarrow \text{[terbukti]}$$

Buktikan :  $L\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$

Bukti :

$$\begin{aligned}
 L \{F(t)\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} \cdot F(t) \cdot dt \\
 L \{e^{at}\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} (e^{at}) dt = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^{\mu} e^{-st+at} dt \\
 &= \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^{\mu} e^{-(s-a)t} dt = \frac{1}{-(s-a)} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \int_0^{\mu} e^{-(s-a)t} d[-s(t-a)] \\
 &= \frac{1}{-(s-a)} \lim_{\mu \rightarrow \infty} [e^{-(s-a)t} \Big|_0^{\mu}] = \frac{1}{-(s-a)} \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{-(s-a)t}} \Big|_0^{\mu} \\
 &= \frac{1}{-(s-a)} \left[ \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{(s-a)\mu}} - \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{(s-a)0}} \right] \\
 &= \frac{1}{-(s-a)} \left[ 0 - \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{1}{e^0} \right] = \frac{1}{-(s-a)} \cdot [0 - 1] \\
 L \{e^{at}\} &= \frac{1}{(s-a)} \rightarrow [\text{terbukti}]
 \end{aligned}$$

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Citra *input* merupakan citra yang memiliki intensitas warna berkisar antara 0 sebagai nilai minimum sampai 255 yang merupakan nilai maksimum. Citra input yang memiliki ukuran  $30 \times 30 \text{ pixel}$  kemudian dikonversi ke dalam bentuk matriks  $30 \times 30 = 900$ , untuk masing-masing citra.

Contoh nilai dari citra *grayscale* dengan *image size*  $30 \times 30 \text{ pixel}$  yang dikonversi kedalam bentuk matriks sebagai berikut:

```

MATLAB
File Edit View Window Help
Current Directory C:\MATLAB\work
97 97 98 98 98 98 98 98
97 97 98 98 98 98 98 98
98 98 98 98 98 98 98 98

>> imshow('gray.jpg','jpg');
>> asctime(now)

ans =

250 227 191 154 126 112 109 110 120 133 141 149 153 153 150 148 163 163 162 161 161 160 160 159 155 155 154 154 154
255 247 197 148 111 96 97 101 108 112 119 125 127 125 121 119 133 134 137 141 143 140 140 151 152 147 152 112 96 98 112
255 228 177 129 97 90 98 107 102 104 109 110 107 101 93 89 91 92 94 96 98 101 100 103 107 103 97 92 92 97
177 159 131 106 94 97 108 119 75 82 92 101 108 110 109 107 119 118 116 114 112 109 100 107 104 111 122 129 129 122
88 97 96 95 96 99 102 104 85 89 95 100 101 99 94 90 93 94 95 96 98 99 100 101 94 128 177 212 212 177
80 85 93 99 99 94 87 82 93 98 105 110 112 110 106 103 90 95 101 108 116 114 110 130 133 197 176 148 127 107 148
99 102 103 105 105 102 99 96 96 107 107 150 170 185 194 197 188 189 200 201 202 202 203 179 149 107 77 77 107
114 111 108 107 111 118 104 132 177 184 197 210 220 226 227 227 217 211 202 189 175 162 152 147 96 91 95 80 80 85
101 96 92 98 121 156 182 215 209 210 230 239 239 230 217 208 208 199 183 162 140 121 107 99 89 88 86 85 85 86
91 100 117 138 140 180 195 204 208 216 226 232 230 219 206 197 189 179 148 129 105 97 96 88 81 80 80 79 79 80
96 118 154 187 204 204 194 155 203 214 216 211 200 187 176 154 142 123 105 93 89 93 83 84 87 89 80 89 89
130 152 185 211 217 204 189 163 189 191 193 191 184 173 161 153 114 115 116 114 108 99 90 84 100 103 107 110 110 107
173 182 194 199 193 176 155 141 163 164 169 159 152 143 134 128 89 93 100 104 102 96 87 81 98 103 110 115 115 110
189 185 178 187 183 140 128 122 131 130 129 125 120 114 109 104 95 94 92 91 91 93 96 88 95 102 111 118 118 111
185 141 149 135 123 114 105 101 99 97 95 93 91 90 90 130 131 131 132 133 134 134 129 131 143 151 151 143
140 135 127 112 109 102 99 97 82 81 79 78 78 79 80 81 163 173 186 196 197 188 175 166 163 172 185 194 194 185
84 81 77 76 81 91 101 108 66 70 69 65 52 32 75 164 181 182 207 221 226 222 213 207 193 209 221 219 215 212
92 87 81 76 76 80 86 90 81 77 79 60 36 72 138 166 188 188 189 201 203 205 207 208 206 200 204 208 201 172
96 90 83 75 71 69 70 71 83 86 78 47 49 124 154 176 197 189 188 186 191 201 212 220 216 213 195 126 99 105
85 83 79 74 70 68 67 66 65 61 62 61 100 153 176 188 181 188 191 188 205 211 215 218 188 184 129 91 70 88
72 73 74 76 76 75 74 73 54 53 55 95 145 153 157 190 186 196 210 218 214 200 182 169 112 105 101 99 91 86
70 74 78 82 83 82 78 76 65 44 86 151 159 150 169 190 208 211 212 214 183 154 125 106 71 93 100 89 87 95
84 87 91 92 89 82 74 69 79 95 145 174 180 184 196 213 214 191 160 142 119 102 92 87 103 94 97 105 93 74
100 102 103 100 82 78 68 68 84 161 190 165 169 185 211 207 181 158 115 82 46 78 95 105 98 120 116 118 89 89
79 93 101 87 67 70 100 131 175 157 153 182 216 210 158 107 74 76 80 85 90 95 99 101 98 98 98 98 98 98
103 92 73 57 64 102 160 203 249 229 201 173 145 111 73 48 83 85 87 90 93 96 98 100 98 98 98 98 98 98 98
82 86 83 90 115 154 193 213 195 178 148 116 91 81 83 88 96 96 96 97 97 98 98 98 98 98 98 98 98 98
18 78 121 151 201 196 180 159 126 104 77 64 68 81 91 96 105 104 103 102 100 99 97 97 98 98 98 98 98 98
44 104 134 223 209 165 124 102 62 56 53 61 78 91 96 95 105 104 103 102 100 99 97 97 98 98 98 98 98 98
143 171 191 174 127 85 69 72 84 101 111 110 102 92 86 96 96 96 97 97 98 98 98 98 98 98 98 98 98 98
  
```

Gambar 3. Matriks citra

#### 3.1 Penerapan Metode Laplacin of Gaussian

*Filter Gaussian* tergolong sebagai *filter* lolos rendah yang didasarkan pada fungsi *gaussian*. Model dua dimensinya berupa:

$$G(x,y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

Dimana  $x$  dan  $y$  adalah posisi kordinat pada sumbu  $x$  dan  $y$ . Persamaan inilah yang dipakaisebagai dasar untuk menentukan nilai-nilai setiapelemen dalam *filter gaussian* yang akan dibuat. Misalkan dibuat kernel *filter* ukuran  $5 \times 5$  dan mengisi elemen/bobot  $g(x,y)$  pada matriks kernel *gaussian*.

Keterangan:

$e$  (*euler*) = 2,718281828 (konstanta)

$\sigma$  (*Standart deviasi*) = 2

Maka :

$$\begin{aligned}
 G(0,0) &= e^{-\frac{0^2 + 0^2}{2 \cdot 2^2}} \\
 &= e^{-0} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$G(1,0) = G(0,1) = G(-1,0) = G(0,-1) = e^{(-1/4)} = 0,7788$



$$G(1,1)=G(-1,1)=G(1,-1)=G(-1,-1)=e^{(-2/4)}=0,6065$$

$$G(1,2)=G(2,1)=G(-1,-2)=G(-2,-1)=e^{(-5/4)}=0,2865$$

$$G(2,0)=G(0,2)=G(-2,0)=G(0,-2)=e^{(-4/4)}=0,3678$$

$$G(2,2)=G(2,-2)=G(-2,2)=G(-2,-2)=e^{(-8/4)}=0,1353$$

Maka diperoleh nilai elemen atau bobot matrik kernel *gaussian* sebagai berikut:

**Tabel 2.** Elemen atau Bobot Matrik Kernel

x/y	-2	-1	0	1	2
-2	0,1353	0,2865	0,3678	0,2865	0,1353
-1	0,2865	0,6065	0,7788	0,6065	0,2865
0	0,3678	0,7788	1	0,7788	0,3678
1	0,2865	0,6065	0,7788	0,6065	0,2865
2	0,1353	0,2865	0,3678	0,2865	0,1353

Selanjutnya normalisasi nilai pembobotan setiap bobot dengan nilai terkecil dari nilai bobot. Nilai terkecil 0,1353 dan kemudian hasilnya dibulatkan ke atas). Dengan demikian, diperoleh hasil seperti berikut:

**Tabel 3.** Normalisasi Nilai Pembobotan

Nilai bobot	Pembagian bobot
1	1/0,1353 = 7
0,7788	0,7788/0,1353 = 6
0,6065	0,6065/0,1353 = 4
0,3678	0,3678/0,1353 = 3
0,2865	0,2865/0,1353 = 2
0,1353	0,1353/0,1353 = 1

Maka diperoleh matriks sebagai berikut:

**Tabel 4.** Hasil Elemen atau bobot matrik

x/y	-2	-1	0	1	2
-2	1	2	3	2	1
-1	2	4	6	4	2
0	3	6	7	6	3
1	2	4	6	4	2
2	1	2	3	2	1

Jumlah semua elemen nilai pembobot pada *filter* agar selang nilai intensitas tetap seperti semula. Berdasarkan matriks pada tabel 4 jumlah semua elemen nilai pembobot pada *filter* = 79. Berikut adalah *filter gaussian* hasil rancangannya.

$$g(x, y) \frac{1}{79}$$

1	2	3	2	1
2	4	6	4	2
3	6	7	6	3
2	4	6	4	2
1	2	3	2	1

Untuk melakukan operasi perbaikan *noise* citra dengan metode *filter gaussian*. Operasi ini dilakukan dengan cara konvolusi, konvolusi seringkali dilibatkan dalam operasi ketetanggaan *pixel*. Konvolusi pada citra sering disebut konvolusi 2 dimensi. Konvolusi 2 dimensi didefinisikan sebagai proses untuk memperoleh suatu *pixel* berdasarkan nilai *pixel* itu sendiri dan tetangganya, dengan melibatkan suatu matriks yaitu kernel yang mempresentasikan pembobotan. Penjelasan rumus yang digunakan dalam konvolusi filter Gaussian adalah sebagai berikut:

$$h(x, y) = f(x, y) * g(x, y) = \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N f(k, l) \cdot g(x - k, y - l)$$

Keterangan:

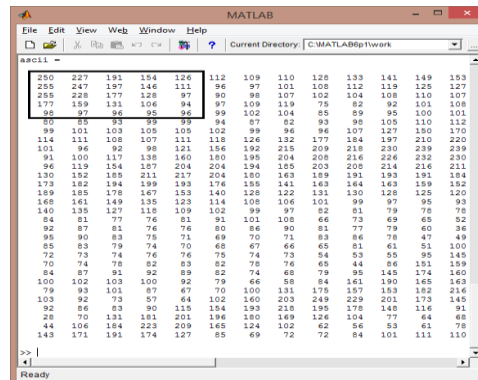
$h(x,y)$ : gambar output

$f(x,y)$  : adalah gambar input

$g(x,y)$  : adalah filter gaussian

Jadi secara umum rumus diatas adalah jumlah dari perkalian antara pixel citra dengan filter gaussian dan hasilnya dibagi dengan jumlah dari matriks filter agar selang nilai intensitas tetap seperti semula. Untuk penjelasan proses konvolusi penulis membuat sebuah perumpamaan matriks citra grayscale yang terdapat pada gambar 3.3, dengan resolusi matriks 30x30 pixel yang akan dikonvolusikan dengan filter gaussian dengan ukuran matriks 5x5. Langkah selanjutnya adalah melakukan operasi konvolusi dengan cara menempatkan atau menumpangkan suatu filter atau kernel pada setiap pixel yang ditimpali, kemudian nilai rerata diambil dari hasil-hasil tersebut. Pada proses pelaksanaan konvolusi kernel digeser sepanjang baris dan kolom dalam citra sehingga diperoleh nilai baru pada citra keluaran. Langkah-langkah konvolusi digambarkan sebagai berikut:

**Langkah 1:** Tempatkan *kernel* pada sudut kiri atas, kemudian hitung nilai *pixel* pada posisi (0,0) dari *kernel*



**Gambar 4.** Kernel Pixel

1	2	3	2	1
2	4	6	4	2
3	6	7	6	3
2	4	6	4	2
1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 250) + (2 \times 227) + (3 \times 191) + (2 \times 154) + (1 \times 126) + (2 \times 255) + (4 \times 247) + (6 \times 197) + (4 \times 146) + (2 \times 111) + (3 \times 255) + (6 \times 228) + (7 \times 177) + (6 \times 128) + (3 \times 97) + (2 \times 177) + (4 \times 159) + (6 \times 131) + (4 \times 106) + (2 \times 94) + (1 \times 98) + (2 \times 97) + (3 \times 96) + (2 \times 95) + (1 \times 96) = (250 + 454 + 573 + 308 + 126 + 510 + 988 + 1182 + 584 + 222 + 765 + 1368 + 1239 + 768 + 291 + 354 + 636 + 786 + 424 + 188 + 98 + 194 + 288 + 190 + 96) = 12882 : 79 = 163.063$$

Nilai *pixel* yang diubah adalah 177 menjadi 163

**Langkah 2:** Geser *kernel* satu *pixel* ke kanan, kemudian hitung nilai *pixel* pada posisi (1,0) dari *kernel*.

227	191	154	126	112	→	1	2	3	2	1
247	197	146	111	96		2	4	6	4	2
228	177	128	97	90		3	6	7	6	3
159	131	106	94	97		2	4	6	4	2
97	96	95	96	99		1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 227) + (2 \times 191) + (3 \times 154) + (2 \times 126) + (1 \times 112) + (2 \times 247) + (4 \times 197) + (6 \times 146) + (4 \times 111) + (2 \times 96) + (3 \times 228) + (6 \times 177) + (7 \times 128) + (6 \times 97) + (3 \times 90) + (2 \times 159) + (4 \times 131) + (6 \times 106) + (4 \times 94) + (2 \times 97) + (1 \times 97) + (2 \times 96) + (3 \times 95) + (2 \times 96) + (1 \times 99) = (454 + 382 + 462 + 252 + 112 + 494 + 588 + 876 + 444 + 192 + 684 + 702 + 896 + 582 + 270 + 318 + 524 + 636 + 376 + 194 + 97 + 192 + 285 + 192 + 99) = 10303 : 79 = 130.417$$

Nilai *pixel* yang diubah adalah 128 menjadi 130.



**Langkah 3:** Geser *kernel* satu *pixel* ke kanan, kemudian hitung nilai *pixel* pada posisi (2,0) dari *kernel*.

191	154	126	122	109	→	1	2	3	2	1
197	146	111	96	97		2	4	6	4	2
177	128	97	90	98		3	6	7	6	3
131	106	94	97	109		2	4	6	4	2
96	95	96	99	102		1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 191) + (2 \times 154) + (3 \times 126) + (2 \times 112) + (1 \times 109) + (2 \times 197) + (4 \times 146) + (6 \times 111) + (4 \times 96) + (2 \times 97) + (3 \times 177) + (6 \times 128) + (7 \times 97) + (6 \times 90) + (3 \times 98) + (2 \times 131) + (4 \times 106) + (6 \times 94) + (4 \times 97) + (2 \times 109) + (1 \times 96) + (2 \times 95) + (3 \times 96) + (2 \times 99) + (1 \times 102) = (191 + 308 + 378 + 224 + 109 + 394 + 584 + 666 + 384 + 194 + 531 + 768 + 679 + 540 + 294 + 262 + 424 + 564 + 388 + 218 + 96 + 190 + 288 + 198 + 102) = 8974 : 79 = 113.594$$

Nilai *pixel* yang diubah adalah 97 menjadi 113.

**Langkah 4:** Geser *kernel* satu *pixel* ke kanan, kemudian hitung nilai *pixel* pada posisi (3,0) dari *kernel*.

154	126	112	109	110	→	1	2	3	2	1
146	111	96	97	101		2	4	6	4	2
128	97	90	98	107		3	6	7	6	3
106	94	97	109	119		2	4	6	4	2
95	96	99	102	104		1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 154) + (2 \times 126) + (3 \times 112) + (2 \times 109) + (1 \times 110) + (2 \times 146) + (4 \times 111) + (6 \times 96) + (4 \times 97) + (2 \times 101) + (3 \times 128) + (6 \times 97) + (7 \times 90) + (6 \times 98) + (3 \times 107) + (2 \times 106) + (4 \times 94) + (6 \times 97) + (4 \times 109) + (2 \times 119) + (1 \times 95) + (2 \times 96) + (3 \times 99) + (2 \times 102) + (1 \times 104) = (154 + 252 + 336 + 218 + 110 + 292 + 444 + 576 + 388 + 202 + 384 + 582 + 630 + 588 + 321 + 212 + 376 + 582 + 436 + 238 + 95 + 192 + 297 + 204 + 104) = 8213 : 79 = 103.962$$

Nilai *pixel* yang diubah adalah 90 menjadi 104

**Langkah 5:** Geser *kernel* satu *pixel* ke kanan, kemudian hitung nilai *pixel* pada posisi (4,0) dari *kernel*.

126	112	109	110	128	→	1	2	3	2	1
111	96	97	101	108		2	4	6	4	2
97	90	98	107	102		3	6	7	6	3
94	97	109	119	75		2	4	6	4	2
96	99	102	104	85		1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 126) + (2 \times 112) + (3 \times 109) + (2 \times 110) + (1 \times 128) + (2 \times 111) + (4 \times 96) + (6 \times 97) + (4 \times 101) + (2 \times 108) + (3 \times 97) + (6 \times 90) + (7 \times 98) + (6 \times 107) + (3 \times 102) + (2 \times 94) + (4 \times 97) + (6 \times 109) + (4 \times 119) + (2 \times 75) + (1 \times 96) + (2 \times 99) + (3 \times 102) + (2 \times 104) + (1 \times 85) = (126 + 224 + 327 + 220 + 128 + 222 + 384 + 582 + 404 + 216 + 291 + 540 + 686 + 642 + 306 + 188 + 388 + 654 + 476 + 150 + 96 + 98 + 306 + 208 + 85) = 8047 : 79 = 101.860$$

Nilai *pixel* yang diubah adalah 98 menjadi 102

**Langkah 6:** Geser *kernel* satu *pixel* ke kanan, kemudian hitung nilai *pixel* pada posisi (5,0) dari *kernel*.

112	109	110	128	133	→	1	2	3	2	1
96	97	101	108	112		2	4	6	4	2
90	98	107	102	104		3	6	7	6	3
97	109	119	75	82		2	4	6	4	2
99	102	104	85	89		1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 112) + (2 \times 109) + (3 \times 110) + (2 \times 128) + (1 \times 133) + (2 \times 96) + (4 \times 97) + (6 \times 101) + (4 \times 108) + (2 \times 112) + (3 \times 90) + (6 \times 98) + (7 \times 107) + (6 \times 102) + (3 \times 104) + (2 \times 97) + (4 \times 109) + (6 \times 119) + (4 \times 75) + (2 \times 82) + (1 \times 99) + (2 \times 102) + (3 \times 104) + (2 \times 85) + (1 \times 89) = (112 + 218 + 330 + 256 + 133 + 192 + 388 + 606 + 432 + 224 + 270 + 588 + 749 + 612 + 312 + 194 + 436 + 714 + 300 + 164 + 99 + 204 + 312 + 170 + 89) = 8104 : 79 = 102.582$$

Nilai *pixel* yang diubah adalah 107 menjadi 102

**Langkah 7:** Geser *kernel* satu *pixel* ke kanan, kemudian hitung nilai *pixel* pada posisi (6,0) dari *kernel*.

1	2	3	2	1
---	---	---	---	---



109	110	128	133	141	2	4	6	4	2
97	101	108	112	119	3	6	7	6	3
98	107	102	104	108	2	4	6	4	2
109	119	75	82	92	1	2	3	2	1
102	104	85	89	95					

$$G(x,y) = (1 \times 109) + (2 \times 110) + (3 \times 128) + (2 \times 133) + (1 \times 141) + (2 \times 97) + (4 \times 101) + (6 \times 108) + (4 \times 112) + (2 \times 119) + (3 \times 98) + (6 \times 107) + (7 \times 102) + (6 \times 104) + (3 \times 108) + (2 \times 109) + (4 \times 119) + (6 \times 75) + (4 \times 82) + (2 \times 92) + (1 \times 102) + (2 \times 104) + (3 \times 85) + (2 \times 89) + (1 \times 95) = 8144 : 79 = 103.088$$

Nilai pixel yang diubah adalah 102 menjadi 103

Langkah 8: Geser kernel satu pixel ke kanan, kemudian hitung nilai pixel pada posisi (7,0) dari kernel.

110	128	133	141	149	1	2	3	2	1
101	108	112	119	125	2	4	6	4	2
107	102	104	108	110	3	6	7	6	3
119	75	82	92	101	2	4	6	4	2
104	85	89	95	100	1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 110) + (2 \times 128) + (3 \times 133) + (2 \times 141) + (1 \times 149) + (2 \times 101) + (4 \times 108) + (6 \times 112) + (4 \times 119) + (2 \times 125) + (3 \times 107) + (6 \times 102) + (7 \times 104) + (6 \times 108) + (3 \times 110) + (2 \times 119) + (4 \times 75) + (6 \times 82) + (4 \times 92) + (2 \times 101) + (1 \times 104) + (2 \times 85) + (3 \times 89) + (2 \times 95) + (1 \times 100) = 8298 : 79 = 105.037$$

Nilai pixel yang diubah adalah 104 menjadi 105

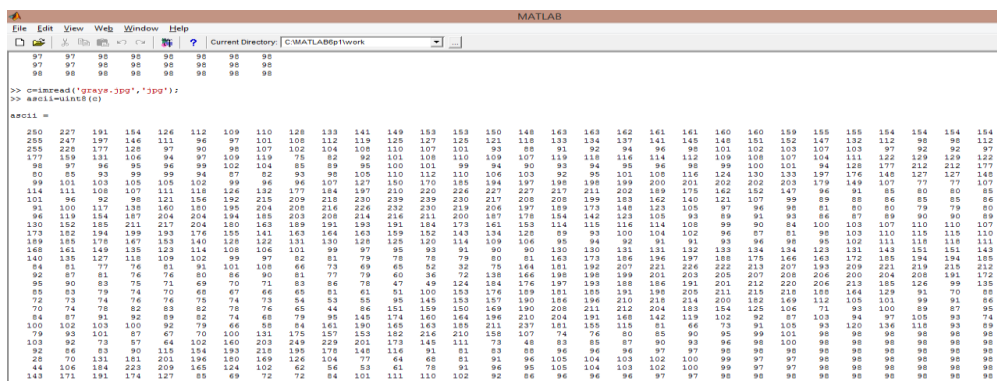
Langkah 9: Geser kernel satu pixel ke kanan, kemudian hitung nilai pixel pada posisi (8,0) dari kernel.

128	133	141	149	153	1	2	3	2	1
108	112	119	125	127	2	4	6	4	2
102	104	108	110	107	3	6	7	6	3
75	82	92	101	108	2	4	6	4	2
85	89	101	100	101	1	2	3	2	1

$$G(x,y) = (1 \times 128) + (2 \times 133) + (3 \times 141) + (2 \times 149) + (1 \times 153) + (2 \times 108) + (4 \times 112) + (6 \times 119) + (4 \times 125) + (2 \times 107) + (3 \times 102) + (6 \times 104) + (7 \times 108) + (6 \times 110) + (3 \times 107) + (2 \times 75) + (4 \times 82) + (6 \times 92) + (4 \times 101) + (2 \times 108) + (1 \times 85) + (2 \times 89) + (3 \times 95) + (2 \times 100) + (1 \times 101) = 8571 : 79 = 108.493$$

Nilai pixel yang diubah adalah 108 menjadi 108

Langkah 9 sampai dengan Langkah 600 sama dengan Langkah 8, dimana konvolusi diabaikan sehingga pixel-pixel sudut bawah, nilainya tetap sama seperti citra asal.



Gambar 5. Matrik citra Luka bakar



#### **4. KESIMPULAN**

Berdasarkan analisa dan pembahasan yang dilakukan, maka dapat disimpulkan, metode *Laplacian of Gaussian* dapat mendeteksi tepi luka bakar pada manusia. Proses pengenalan untuk deteksi tepi perlu dilakukan sebelum mendeteksi objek yang penting, untuk memudahkan dalam proses deteksi tepi luka bakar pada manusia.

#### **REFERENCES**

- J. Fisika, "Pendeteksian Tepi Citra CT Scan dengan Menggunakan Laplacian of Gaussian (LOG)," *Positron*, vol. II, no. 1, pp. 17–22, 2012.
- J. Antivirus, J. Informatika, F. Teknologi, U. Islam, and B. Blitar, "Computing Grayscale of Face Detection Menggunakan Metode Sobel Dan," vol. 11, no. 1, pp. 26–34, 2017.
- A. Ritonga, "Implementasi Pengolahan Citra Dalam Proses Deteksi Tepi Dengan Metode Laplacian of," vol. 1, no. 2, pp. 20–22, 2016.
- S. Komputer, K. Kunci, D. Tepi, and O. Eigenface, "5.3 Hal 17 - 21 JIM\_PERBANDINGAN KINERJA METODE DETEKSI TEPI PADA PENGENALAN OBJEK MENGGUNAKAN OpenCV," *J. Inform. Mulawarman*, vol. 11, no. 2, pp. 17–21, 2016.
- Darma Putra. (2010). *Pengolahan Citra Digital*. Yogyakarta: C.V ANDI OFFSET.