

Solusi Numerik Model Verhulst Pada Estimasi Hasil Panen Melalui Perkembangan Produksi Padi dan Beras dengan Metode Milne-Simpson

Dimas Bagus Arjuna*, Riri Syafitri Lubis

Program Studi Matematika, Fakultas Sains Dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sumatera Utara, Medan
Jl. William Iskandar Ps. V, Medan Estate, Kec. Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, Sumatera Utara, Indonesia

Email: ^{1,*}dimas0703192029@uinsu.ac.id, ²riri_syafitri@uinsu.ac.id

Email Penulis Korespondensi: dimas0703192029@uinsu.ac.id

Submitted: 21/01/2024; Accepted: 30/01/2024; Published: 31/01/2024

Abstrak—Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan solusi numerik menggunakan model Verhulst guna memperkirakan produksi padi dan beras di Sumatera Utara. Metode Milne-Simpson digunakan dalam penelitian ini untuk menyediakan pendekatan numerik yang efisien dalam menyelesaikan model tersebut, dengan tujuan meningkatkan akurasi dan keefektifan estimasi pertumbuhan tanaman padi dan produksi beras di wilayah Sumatera Utara melalui pendekatan sistematis dan komputasional. Di dalam penelitian ini, penggunaan metode Milne-Simpson untuk mengestimasi hasil produksi padi dan beras di tahun berikutnya. Hasil menunjukkan bahwa estimasi produksi padi di Provinsi Sumatera Utara yaitu pada tahun 2023 sebesar 2.086.590,76 ton dan tahun 2024 sebesar 2.098.149 ton. Sedangkan estimasi produksi beras di Provinsi Sumatera Utara yaitu pada tahun 2023 sebesar 1.198.678,38 ton dan tahun 2024 sebesar 1.207.384 ton. Dari hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa setiap tahunnya produksi padi mengalami pertambahan dengan rata-rata 13.430 dan produksi beras mengalami pertambahan dengan rata-rata 8.254. Maka dari itu, dapat dilihat bahwa estimasi produksi padi dan beras di Provinsi Sumatera Utara untuk ditahun 2023-2024 mengalami peningkatan.

Kata Kunci: Beras; Milne-Simpson; Model Verhulst; Padi

Abstract—The aim of this research is to develop a numerical solution using the Verhulst model to estimate paddy and rice production in North Sumatra. The Milne-Simpson method is used in this research to provide an efficient numerical approach in solving the model, with the aim of increasing the accuracy and effectiveness of estimating rice plant growth and rice production in the North Sumatra region through a systematic and computational approach. In this research, the Milne-Simpson method is used to estimate paddy and rice production results in the following year. The results show that the estimated rice production in North Sumatra Province is 2,086,590.76 tons in 2023 and 2,098,149 tons in 2024. Meanwhile, the estimated rice production in North Sumatra Province is 1,198,678.38 tons in 2023 and 1,207,384 tons in 2024. The results of this research also show that every year rice production increases by an average of 13,430 and rice production increases by an average of 8,254. Therefore, it can be seen that the estimated paddy and rice production in North Sumatra Province for 2023-2024 has increased.

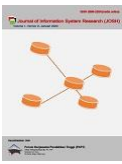
Keywords: Rice; Milne-Simpson; Verhulst Model; Paddy

1. PENDAHULUAN

Salah satu sub sektor pertanian yang paling sering diproduksi adalah pangan. Pangan merupakan kebutuhan dasar yang sangat penting bagi kehidupan setiap insane baik secara fisiologis, psikologis, social maupun antropologis [1]. Pangan selalu terkait dengan upaya manusia untuk mempertahankan hidupnya. Padi merupakan tanaman yang sudah sangat dikenal oleh seluruh kalangan masyarakat. Tanaman pangan ini menjadi salah satu tanaman yang sangat dibutuhkan sebagai sumber makanan pokok yaitu beras. Hasil olahan dari produk pertanian padi adalah beras. Beras adalah komoditas yang sangat penting karena merupakan kebutuhan pokok yang setiap saat harus dipenuhi [2]. Padi merupakan tanaman yang sudah sangat dikenal oleh seluruhkalanganmasyarakat. Tanaman pangan ini menjadi salah satu tanaman yang sangat dibutuhkan sebagai sumber makanan pokok yaitu beras [3].

Padi (Bahasa latin: *Oryza Sativa L.*) merupakan salah satu tanaman budidaya terpenting dalam peradaban. Meskipun terutama mengacu pada jenis tanaman budidaya, padi juga digunakan untuk mengacu pada beberapa jenis dari marga (genus) yang sama, yang biasa disebut sebagai padi liar [4] Padi diduga berasal dari India atau Indocina dan masuk ke Indonesia dibawa oleh nenek moyang yang migrasi dari daratan Asia sekitar 1500 SM [5]. Beras merupakan kebutuhan primer dalam bidang pangan bagi sebagian besar masyarakat Indonesia, termasuk salah satunya Provinsi Sumatera Utara. Setiap tahun konsumsi beras terus meningkat namun tidak diimbangi dengan meningkatnya produksi beras. Produksi beras Sumatera Utara terus meningkat sepanjang tahun. Jumlah tersebut dapat dipengaruhi oleh tingkat produksi dan pendapatan di wilayah atau negara tersebut [6].

Permasalahan yang terjadi dalam tahun 2017 hingga 2022 mengenai produksi padi dan beras mengalami penurunan mulai dari tahun 2017-2022 sehingga produksi dari padi dan beras tersebut juga mengalami hal yang sama. Sedangkan di tahun 2021-2022, padi dan beras mengalami peningkatan dari tahun sebelumnya sehingga produksi padi dan beras juga ikut mengalami kenaikan [6]. Pengelolaan data yang ada dapat dilakukan dengan memanfaatkan metode Milne Simpson. Metode ini merupakan metode numerik yang digunakan sebagai metode penyelesaian persamaan differensial biasa non linier [7]. Metode yang konvergen merupakan metode yang jika ukuran langkahnya semakin kecil, maka solusi yang dihasilkan akan mendekati eksak. Sedangkan dalam penelitian ini akan digunakan metode Milne orde empat. Masalah yang perlu disoroti mencakup keakuratan dan keefektifan



solusi numerik model Verhulst dalam mengestimasi hasil panen padi. Keunggulan menggunakan metode Milne Simpson ini adalah dapat menyelesaikan persamaan diferensial model Verhulst melalui dari perbandingan jumlah error-nya [1].

Matematika merupakan salah satu komponen dari serangkaian mata pelajaran yang mempunyai peranan penting dalam pendidikan. Matematika merupakan salah satu bidang studi yang mendukung perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi [8]. Matematika adalah salah satu bidang studi yang memiliki peranan di dunia pendidikan. Hal tersebut dapat terlihat bahwa pelajaran matematika diajarkan kepada semua tingkat pendidikan. Akan tetapi masih banyak anak merasa takut terhadap matematika. Alasan ketakutan tersebut karena anak berpikir bahwa matematika itu sukar, pelajaran matematika yang di rasa terlalu monoton dan guru yang condong menekan siswa agar mampu dalam matematika dan guru yang galak sehingga siswa cenderung mengunci diri dalam belajar dan kurang dalam mengekspresikan diri [9].

Penelitian mengenai Milne-Simpson telah banyak dilakukan diantaranya oleh Irma Suryani, Aldi Suprianto, Wartono, dan Rahmadeni. Pada tahun 2023 meneliti tentang solusi numerik model Verhulst pada estimasi pertumbuhan produksi padi menggunakan metode Milne-Simpson dan metode Adams-Bashforth-Moulton. Metode Milne-Simpson dan Metode Adams-Bashforth-Moulton akan diterapkan untuk menentukan solusi model Verhulst. Model Verhulst akan diaplikasikan secara numerik untuk mengestimasi hasil panen padi berdasarkan data yang dikumpulkan. Metode Milne-Simpson dan Metode Adams-Bashforth-Moulton digunakan untuk mengintegrasikan solusi numerik model Verhulst [10]. Proses ini akan memeriksa keakuratan dan kecocokan model dengan data empiris yang ada. Apabila ditemukan ketidaksesuaian, maka akan menyesuaikan parameter model atau metode numerik untuk meningkatkan kecocokan dengan data aktual. Bentuk solusi yang diperoleh adalah estimasi hasil panen padi di Kabupaten Gowa dengan menggunakan persamaan model Verhulst. Persamaan model Verhulst terlebih dahulu diselesaikan dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat untuk mendapatkan solusi awal $P_1 = 211.990,3948205$; $P_2 = 222.476,1620290$; dan $P_3 = 233.232,7088189$. Kesimpulan yang didapatkan bahwa kedua metode tersebut dapat digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial model Verhulst. Metode Milne-Simpson lebih akurat dalam menyelesaikan persamaan diferensial model Verhulst diketahui dari perbandingan jumlah error-nya, dan Metode Milne-Simpson lebih efisien dalam melakukan iterasi karena lebih cepat dalam menyelesaikan persamaan diferensial Model Verhulst [1].

Pada tahun 2018 meneliti tentang perbandingan metode Adams-Bashforth Moulton dan metode Milne-Simpson dalam penyelesaian persamaan diferensial euler orde-8. Penelitian ini dilakukan oleh Faranika Latip, Dorrah azis dan Surhasono. Didapatkan sistem persamaan diferensial biasa (SPDB) orde-1 dengan nilai-nilai awal yang kemudian disubstitusikan kedalam persamaan predictor lalu dikoreksi pada persamaan korektor dengan pemilihan ukuran yang tepat. Diperoleh kesimpulan bahwa kedua metode di atas dapat digunakan dalam menyelesaikan persamaan diferensial Euler orde-8. Metode Adams Bashforth-Moulton lebih akurat dalam menyelesaikan persamaan diferensial Euler orde-8 diketahui dari perbandingan jumlah galatnya, sebaliknya metode Milne-Simpson lebih efisien dalam melakukan iterasi karena lebih cepat dalam menyelesaikan persamaan diferensial Euler orde-8 [11].

Pada tahun 2019 meneliti tentang pemodelan produksi biogas pada reaktori pebatch menggunakan metode Milne-Simpson Predictor-corrector. Penelitian ini dilakukan oleh Mohammad Aditya Perdana, Rian Febrian Umbara dan Isman Kurniawan. Dalam memprediksi produksi biogas diperlukan suatu model yaitu Anaerobic Digestion Model 1 (ADM1) karena di dalam model ADM1 mencakup kinetika disintegrasi partikel karbohidrat, protein, lipid, hidrolis, dan asam amino. Untuk mendapatkan hasil model yang memiliki keakuratan tinggi digunakan metode numeric Milne-Simpson Predictor-Corrector. Hasil pemodelan kandungan metana dari produksi biogas pada penelitian ini mengalami kenaikan tren pada nilai konsentrasi hingga mencapai 417,51573 gCODm-3 dan konsentrasi mikroba terbesar dari produksi ini adalah konsentrasi mikroba glukosa mencapai 77,67351gCODm-3 [12].

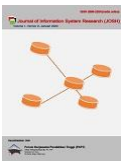
Kebutuhan untuk mengeksplorasi sejauh mana model Verhulst dengan metode Milne-Simpson tersebut dapat memberikan prediksi yang akurat dalam konteks prediksi untuk perkembangan produksi padi dan beras di Sumatera Utara [13]. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan solusi numerik menggunakan model Verhulst guna memperkirakan produksi padi dan beras di Sumatera Utara, dengan belum adanya faktor-faktor tertentu yang dapat mempengaruhi estimasi panen padi maka prediksi akan tetap bisa dilakukan menggunakan model yang sesuai dengan tingkat akurasi yang tepat [14].

2. METODOLOGI PENELITIAN

2.1. Tahapan Penelitian

a. Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan Diferensial Biasa (Ordinary Differential Equation) disingkat PDB adalah suatu persamaan diferensial yang hanya mempunyai satu variabel bebas [15]. Jika $y(x)$ adalah suatu fungsi satu variabel, maka x dinamakan variabel bebas dan y dinamakan variabel tak bebas [16]. Bentuk umum Persamaan Diferensial Biasa Linier adalah sebagai berikut:



a_n(t) d^n x / dt^n + a_{n-1}(t) d^{n-1} x / dt^{n-1} + ... + a_1(t) dx / dt + a_0(t)x = f(t); dimana a_n != 0 (1)

Keterangan:

a_n, a_{n-1}, ..., a_0 = Koefisien Persamaan Diferensial

f(t) = Input atau Unsur Nonhomogen

x(t) = Output

Jika ruas sebelah kanan f(t) bernilai nol untuk semua nilai t dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya dikatakan non homogen [7].

b. Model Verhulst

Model pertumbuhan logistic diperkenalkan pertama kali oleh matematikawan dan juga seorang ahli biologi berkebangsaan Belanda, yaitu Pierre Verhulst [14]. Pada model ini jumlah populasi dipengaruhi oleh besar kecilnya daya dukung lingkungan. Laju pertumbuhan populasi terbatas karena ketersediaan makanan, tempat tinggal dan sumber hidup lainnya. Dengan asumsi tersebut, jumlah populasi dengan model ini akan selalu terbatas pada suatu nilai tertentu [1]. Bentuk yang paling sederhana untuk laju pertumbuhan relatif yang menjelaskan asumsi ini adalah sebagai berikut:

1/p dp/dt = r(1 - p/K) (2)

Apabila persamaan (2) dikalikan dengan P, diperoleh model untuk pertumbuhan populasi yang dikenal sebagai persamaan diferensial logistik, sebagai berikut:

dp/dt = r(1 - p/K) (3)

Sehingga diperoleh:

P = P_0 e^{rt} (4)

Hasil akhir dapat dilihat bahwa untuk nilai awal t = 0 dan P(0) = P_0. Kemudian disubstitusikan ke persamaan (4) diperoleh c = ln((K - P_0)/P_0), dan selanjutnya nilai c tersebut disubstitusikan kembali terhadap persamaan (4). Kemudian diperoleh bentuk sederhana dari solusi khusus model logistik sebagai berikut:

P_n = K / (1 + ((K - P_0)/P_0) e^{-rt}) (5)

Keterangan:

P_n = Nilai fungsi P pada n

K = Kapasitas tampung

P_0 = Nilai awal untuk fungsi P pada n

e = Nilai awal

r = Laju produksi beras dan padi

t = Periode waktu

[17]

c. Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta orde empat dapat digunakan sebagai metode pendahuluan untuk mendapatkan nilai-nilai awal yang dibutuhkan pada metode Adams Bashforth Moulton orde empat [18]. Metode Runge-Kutta orde empat adalah proses mencari nilai fungsi y dititik x tertentu dengan ukuran langkah h yang konstan dan digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial dengan nilai awal. Rumus metode Runge-Kutta orde empat yang sering digunakan adalah sebagai berikut [19]:

k_1 = hf(x_r, y_r)

k_2 = hf(x_r + 1/2 h, y_r + 1/2 k_1)

k_3 = hf(x_r + 1/2 h, y_r + 1/2 k_2)

k_4 = hf(x_r + h, y_r + k_3)

Untuk r = 0,1,2,3, ..., n

y_{r+1} = y_r + 1/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) (6)

Keterangan:

y_{r+1} = Nilai selanjutnya

y_r = Nilai sebelumnya

k_1, k_2, k_3, k_4 = Ketetapan

d. Metode Milne-Simpson

Penyelesaian persamaan diferensial biasa dengan metode Milne adalah proses mencari nilai fungsi (x) pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa (x,y) yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan



persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor [1]. Metode prediktor-korektor lain yang terkenal adalah Metode Milne-Simpson. Prediktor berdasarkan integrasi dari $f(x, y(x))$ pada interval $|x_{n-3}, x_{n+1}|$. Persamaan predictor Milne:

$$y_{r+1}^{(0)} = y_{r-3} + \frac{4h}{3}(2f_{r-2} - f_{r-1} + 2f_r) \tag{7}$$

Metode Milne merupakan salah satu metode numerik untuk menyelesaikan sistem PDB yang tergolong metode banyak langkah (multi-step) [17]. Metode Milne merupakan metode prediktor-korektor. Metode prediktor-korektor melibatkan penggunaan satu rumus untuk membuat ramalan pertama dari nilai y_k yang berikutnya, dan yang diikuti oleh pemakaian sebuah rumus pembetulan yang lebih diteliti yang kemudian akan menghasilkan perbaikan-perbaikan berurutan. Beberapa metode termasuk prediktor-korektor diturunkan dari PDB orde satu berikut:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{8}$$

Untuk memperoleh persamaan prediktor, digunakan interpolasi polinomial. Karena hasil dari setiap metode interpolasi polinomial adalah sama atau unik, maka cukup memakai satu metode interpolasi polinomial [12]. Digunakan metode interpolasi polinomial Lagrange derajat dua untuk menghampiri fungsi $f(x, y)$. Sehingga diperlukan tiga buah titik yang berjarak sama yaitu: $(x_{r-2}, f_{r-2}), (x_{r-1}, f_{r-1}), (x_r, f_r)$. Untuk persamaan korektor diperlukan titik-titik $(x_{r-1}, f_{r-1}), (x_r, f_r)$, dan titik baru (x_{r+1}, f_{r+1}) . Setelah didapatkan $f(x, y)dx$ untuk prediktor $f(x, y)dx$ diintegrasikan terhadap selang $[r - 3, r + 1]$, sedangkan $f(x, y)dx$ korektor, diintegrasikan terhadap selang $[r - 1, r + 1]$. Sehingga didapatkan metode Milne sebagai berikut :

$$\text{Prediktor: } y_{r+1}^{(0)} = y_{r-3} + \frac{4h}{3}(2f_{r-2} - f_{r-1} + 2f_r) \tag{9}$$

$$\text{Korektor: } y_{r+1} = y_{r-1} + \frac{h}{3}(f_{r-1} + 4f_r + f_{r+1}) \tag{10}$$

Metode Milne-Simpson orde empat dapat diselesaikan secara iterasi, iterasiakan diberhentikan apabila galat relatif lebih dari kriteria pemberhentian [20].

$$\frac{|y_{r+1} - y_{r+1}^*|}{|y_{r+1}|} < \epsilon \tag{11}$$

Keterangan:

y_{r+1} = Nilai selanjutnya dengan ukuran langkah h .

ϵ = Kriteria

2.2. Tahapan Penelitian

1. Pengumpulan teori dan data penelitian.

Langkah awal dilakukannya penelitian ditandai dengan mengumpulkan bahan materi (studi kepustakaan) untuk keperluan refrensi, yang diperoleh melalui beragam sumber seperti jurnal, buku, artikel, maupun kepustakaan lainnya yang memuat milne-simpson. Dilanjut dengan memahami materi untuk dibahas dengan identifikasi masalah, kemudian mengkajinya. Data akan terkumpul dengan memperolehnya dari Badan Pusat Statistik Provinsi Sumatera Utara untuk mengestimasi hasil produksi padi dan beras di Sumatera Utara.

2. Menentukan data dan variable penelitian.

Data penelitian yang digunakan adalah produksi padi dan beras. Adapun variabel penelitian tersebut antara lain, yakni variabel respon maupun variabel prediktor.

3. Menentukan model verhulst.

Solusi numerik model Verhulst dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (2).

4. Menghitung empat solusi awal P_0, P_1, P_2 dan P_3 .

Setelah menentukan solusi numerik model verhulst, selanjutnya adalah menghitung empat nilai solusi awal P_0, P_1, P_2 dan P_3 menggunakan metode Runge-Kutta orde empat pada persamaan (5).

5. Menentukan nilai-nilai dari f_r, f_{r-1}, f_{r-2} dan f_{r-3}

Setelah menemukan nilai solusi awal P_0, P_1, P_2 dan P_3 , selanjutnya, yaitu menentukan nilai-nilai dari f_r, f_{r-1}, f_{r-2} dan f_{r-3} dengan $r = 3, 4 \dots n$ pada persamaan (2).

6. Menghitung solusi numerik dengan metode Milne-Simpson yaitu persamaan prediktor (6).

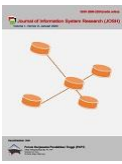
7. Menghitung nilai $f_{r+1}^{(0)} = f(t_{r+1}, P_{r+1}^{(0)})$ dengan mensubstitusikan persamaan korektor (7).

8. Melakukan pengujian Milne-Simpson

Pengujian Milne-Simpson diiterasikan pada r hingga memenuhi dalam persamaan (8). Untuk ϵ merupakan kriteria pemberitahuan yang diinginkan.

9. Jika kriteria tidak terpenuhi, maka dilakukan analisis kriteria dengan langkah h sebagai berikut:

a. Jika $\frac{19}{270} \cdot \left| \frac{y_{r+1} - y_{r+1}^*}{y_{r+1}} \right| > 10^{-9}$, maka h diganti $\frac{h}{2}$ dan kembali ke langkah (5).



- b. Jika $\frac{19}{270} \left| \frac{y_{r+1} - y_{r+1}^*}{y_{r+1}} \right| < 10^{-10}$, maka h diganti 2h kemudian kembali ke langkah (5).
- c. Jika kriteria pemberhentian memenuhi maka iterasi dilanjutkan dengan kembali kelangkah (6) sampai memenuhi interval yang ditentukan.

10. Penarikan kesimpulan.

Dari pengolahan data yang dilakukan menggunakan metode Milne-Simpson, maka mendapatkan solusi numerik model verhulst pada estimasi hasil produksi padi dan beras di Provinsi Sumatera Utara untuk tahun berikutnya.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data sekunder dimulai dari tahun 2017 s/d 2022 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik yang berupa produksi padi (ton) dan produksi beras (ton). Data penelitian ini disajikan dalam bentuk tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Data Penelitian

No.	Tahun	ProduksiPadi (ton)	Produksi Beras (ton)
1	2017-2018	36.357	14.826
2	2018-2019	38.402	21.914
3	2019-2020	29.383	16.768
4	2020-2021	23.388	19.645
5	2021-2022	4.513	10.883
Rata-Rata (\bar{x})		26.409	16.807

Tabel 1 adalah data produksi padi dan beras dari tahun 2017-2022 dengan rata-rata produksi padi sebesar 26.409 ton dan beras sebesar 16.807

3.1 Penerapan Model Verhulst

a. Padi

Kapasitas tamping produksi Padi Provinsi Sumatera Utara yaitu $K = 3.000.000$, dengan laju pertumbuhan produksi padi (r) sebesar 0,018 atau 1,8%, $P_0 = 2.004.143$ sebagai nilai awal. Pada interval $[0,6]$. Dengan banyak iterasi $n = 6$,

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{6-0}{6} = 1$$

Maka ukuran langkah $h = 1$

Model Verhulst pada produksi Padi Provinsi Sumatera Utara diperoleh melalui nilai-nilai diatas, kemudian disubstitusikan ke persamaan (3) sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K} \right) = 0,018P \left(1 - \frac{P}{3.000.000} \right)$$

b. Beras

Kapasitas tamping produksi Beras Provinsi Sumatera Utara yaitu $K = 2.000.000$, dengan laju pertumbuhan produksi beras (r) sebesar 0,013 atau 1,3%, $P_0 = 1.149.609$ sebagai nilai awal. Pada interval $[0,6]$. Dengan banyak iterasi $n = 6$,

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{6-0}{6} = 1$$

Model Verhulst pada produksi Beras Provinsi Sumatera Utara diperolehmelalui nilai-nilaidiatas, kemudian disubstitusikan ke persamaan (3) sebagai berikut:

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K} \right) = 0,013P \left(1 - \frac{P}{2.000.000} \right)$$

3.2 Penerapan Metode Runge-Kutta Orde Empat

a. Padi

Metode Runge-Kutta digunakan untuk menghitung empat solusi awal $P_0, P_1, P_2,$ dan P_3 terlebih dahulu dengan diketahui $\frac{dP}{dt} = 0,018P \left(1 - \frac{P}{3.000.000} \right)$ dengan nilai awal $P_0 = 2.004.143$. Pada interval $[0,6]$ dengan ukuran langkah $h = 1$.

Tabel 2. Solusi Awal PadiMenggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Pada Model Verhulst

h = 1			
r	t_r	P_r	P' = (t, P)
			= 0,018P (1 - $\frac{P}{3.000.000}$)
0	0	2.004.143	11.975,039

h = 1			
r	t_r	P_r	P' = (t, P) = 0,018P (1 - $\frac{P}{3.000.000}$)
1	1	2.016.081,6	11.901,9587
2	2	2.027.946,5	11.827,6348
3	3	2.039.736,47	11.752,1073

b. Beras

Metode Runge-Kutta digunakan untuk menghitung empat solusi awal P₀, P₁, P₂, dan P₃ terlebih dahulu dengan diketahui $\frac{dP}{dt} = 0,013P (1 - \frac{P}{2.000.000})$ dengan nilai awal P₀ = 1.149.609. Pada interval [0,6] dengan ukuran langkah h = 1.

Tabel 3. Solusi Awal Beras Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Pada Model Verhulst

h = 1			
r	t_r	P_r	P' = (t, P) = 0,013P (1 - $\frac{P}{2.000.000}$)
0	0	1.149.609	6.354,51146
1	1	1.155.957,25	6.341,90266
2	2	1.162.292,64	6.328,79714
3	3	1.168.614,68	6.315,19907

3.3 Penerapan Metode Milne-Simpson

a. Padi

Nilai-nilai P₀, P₁, P₂, dan P₃ serta nilai f_n(t_n, P_n) yang diperoleh melalui metode Runge-Kutta Orde Empat disubstitusikan kepersamaan predictor Milne-Simpson pada persamaan (9) sebagai berikut:

$$P_{r+1}^{(0)} = P_{r-3} + \frac{4h}{3}(2f_{r-2} - f_{r-1} + 2f_r)$$

1. Untuk r = 3 dan P₀ = 2.004.143

$$P_{r+1}^{(0)} = P_{r-3} + \frac{4h}{3}(2f_{r-2} - f_{r-1} + 2f_r)$$

$$P_{3+1}^{(0)} = P_0 + \frac{4(1)}{3}(2f_1 - f_2 + 2f_3)$$

$$P_4^{(0)} = 2.004.143 + \frac{4}{3}(2(11.975,039) - (11.827,6348) + 2(11.752,1073))$$

$$P_4^{(0)} = 2.004.143 + \frac{4}{3}(23.950,078 - 11.827,6348 + 23.504,2146)$$

$$P_4^{(0)} = 2.004.143 + \frac{4}{3}(35.626,6578)$$

$$P_4^{(0)} = 2.004.143 + 47.502,2104$$

$$P_4^{(0)} = 2.051.645,21$$

Setelah mendapatkan nilai-nilai f_{r+1}⁽⁰⁾ selanjutnya di substitusikan kepersamaan korektor Milne-Simpson pada persamaan (10) sebagai berikut:

$$P_{r+1} = P_{r-1} + \frac{h}{3}(f_{r-1} + 4f_r + f_{r+1})$$

$$f_4^{(0)}(t_4, P_4^{(0)}) = f_4(4; 2.051.645,21)$$

$$f_4^{(0)} = 0,018 \times 2.051.645,21 \left(1 - \frac{2.051.645,21}{3.000.000}\right)$$

$$f_4^{(0)} = 36.929,6138(1 - 0,68388174)$$

$$f_4^{(0)} = 36.929,6138(0,31611826)$$

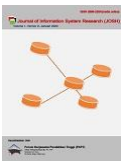
$$f_4^{(0)} = 11.674,1254$$

2. Untuk r = 3, t₄ = 4, P₂ = 2.027.946,5

$$P_{r+1} = P_{r-1} + \frac{h}{3}(f_{r-1} + 4f_r + f_{r+1})$$

$$P_{3+1}^{(1)} = P_2 + \frac{h}{3}(f_2 + 4f_3 + f_4)$$

$$P_4^{(1)} = 2.027.946,5 + \frac{1}{3}(11.827,6348 + 4(11.752,1073) + 11.675,4152)$$



$$P_4^{(1)} = 2.027.946,5 + \frac{1}{3}(11.827,6348 + 47.008,4292 + 11.675,4152)$$

$$P_4^{(1)} = 2.027.946,5 + \frac{1}{3}(70.511,4792)$$

$$P_4^{(1)} = 2.027.946,5 + 23.503,8264$$

$$P_4^{(1)} = 2.051.450,33$$

Kemudian, nilai prediktor dan korektor akan digunakan untuk mencari error relatif sebagai berikut:

$$\epsilon = 5 \times 10^{-9}$$

$$\left| \frac{P_4^{(1)} - P_4^{(0)}}{P_4^{(1)}} \right| = \left| \frac{2.051.450,33 - 2.051.645,21}{2.051.450,33} \right| = 0,95 \times 10^{-7}$$

b. Beras

Nilai-nilai $P_0, P_1, P_2,$ dan P_3 serta nilai $f_n(t_n, P_n)$ yang diperoleh melalui metode Runge-Kutta Orde Empat disubstitusikan kepersamaan prediktor Milne-Simpson pada persamaan (9) sebagai berikut:

$$P_{r+1}^{(0)} = P_{r-3} + \frac{4h}{3}(2f_{r-2} - f_{r-1} + 2f_r)$$

1. Untuk $r = 3$ dan $P_0 = 1.149.609$

$$P_{r+1}^{(0)} = P_{r-3} + \frac{4h}{3}(2f_{r-2} - f_{r-1} + 2f_r)$$

$$P_{3+1}^{(0)} = P_0 + \frac{4(1)}{3}(2f_1 - f_2 + 2f_3)$$

$$P_4^{(0)} = 1.149.609 + \frac{4}{3}(2(6.341,90266) - (6.328,79714) + 2(6.315,19907))$$

$$P_4^{(0)} = 1.149.609 + \frac{4}{3}(12.683,8053 - 6.328,79714 + 12.630,3814)$$

$$P_4^{(0)} = 1.149.609 + \frac{4}{3}(18.985,3896)$$

$$P_4^{(0)} = 1.149.609 + 25.313,8527$$

$$P_4^{(0)} = 1.174.922,85$$

Setelah mendapatkan nilai-nilai $f_{r+1}^{(0)}$ selanjutnya disubstitusikan kepersamaan korektor Milne-Simpson pada persamaan (10) sebagai berikut:

$$P_{r+1} = P_{r-1} + \frac{h}{3}(f_{r-1} + 4f_r + f_{r+1})$$

$$f_4^{(0)}(t_4, P_4^{(0)}) = f_4(4; 1.174.922,85)$$

$$f_4^{(0)} = 0,013 \times 1.174.922,85 \left(1 - \frac{1.174.922,85}{2.000.000} \right)$$

$$f_4^{(0)} = 15.273,997(1 - 0,58746142)$$

$$f_4^{(0)} = 15.273,997(0,41253858)$$

$$f_4^{(0)} = 6.301,11296$$

2. Untuk $r = 3, t_4 = 4, P_2 = 1.162.292,64$

$$P_{r+1} = P_{r-1} + \frac{h}{3}(f_{r-1} + 4f_r + f_{r+1})$$

$$P_{3+1}^{(1)} = P_2 + \frac{h}{3}(f_2 + 4f_3 + f_4)$$

$$P_4^{(1)} = 1.162.292,64 + \frac{1}{3}(6.328,79714 + 4(6.315,19907) + 6.301,11289)$$

$$P_4^{(1)} = 1.162.292,64 + \frac{1}{3}(6.328,79714 + 25.260,7963 + 6.301,11289)$$

$$P_4^{(1)} = 1.162.292,64 + \frac{1}{3}(37.890,7063)$$

$$P_4^{(1)} = 1.162.292,64 + 12.630,2354$$

$$P_4^{(1)} = 1.174.922,88$$

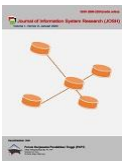
Kemudian, nilai prediktor dan korektor akan digunakan untuk mencari error relative sebagai berikut:

$$\epsilon = 5 \times 10^{-9}$$

$$\left| \frac{P_4^{(1)} - P_4^{(0)}}{P_4^{(1)}} \right| = \left| \frac{1.174.922,88 - 1.174.922,85}{1.174.922,88} \right| = 0,26 \times 10^{-7}$$

3.4 Pembahasan

Pada penelitian ini, dibahas tentang solusi numerik model verhulst pada estimasi hasil panen produksi padi dan beras di Provinsi Sumatera Utara dengan menggunakan metode Milne-Simpson. Dari hasil penelitian ini, solusi numeric dengan ukuran langkah h yang dipilih adalah 1 dengan kriteria pemberhentian $\epsilon = 5 \times 10^{-9}$. Pada



langkah 3 menghitung tiga solusi awal dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat terhadap produksi padi, yakni $P_1 = 2.016.081,6; P_2 = 2.027.946,5$ dan $P_3 = 2.039.736,47$. Sedangkan, tiga solusi awal dengan menggunakan metode Runge-Kutta ordeempat terhadap produksi beras, yakni $P_1 = 1.155.957,25; P_2 = 1.162.292,64$ dan $P_3 = 1.168.614,68$. Tiga solusi awal tersebut disubstitusikan kedalam model verhulst untuk memperoleh nilai-nilai $f_r, f_{r-1}, f_{r-2}, f_{r-3}$. Pada langkah 5 mengestimasi nilai P_r dengan $r = 3,4, \dots, n$ menggunakan metode Milne-Simpson. Sehingga didapatkan jumlah estimasi hasil produksi padi dan beras di Provinsi Sumatera Utara yang terlihat semakin meningkat setiap tahunnya. Berikut tabel 4 merupakan tabel hasil estimasi produksi padi dan di Provinsi Sumatera Utara pada Tahun 2017-2024:

Tabel 4. Estimasi Hasil Panen Produksi Padi dan Beras di Provinsi Sumatera Utara Tahun 2017-2024

No.	Tahun	Padi (ton)	Beras (ton)
1	2017	2.004.143	1.149.609
2	2018	2.016.081,6	1.155.957,25
3	2019	2.027.946,5	1.162.292,64
4	2020	2.039.736,47	1.168.614,68
5	2021	2.051.450,33	1.174.922,88
6	2022	2.074.954,16	1.189.975,56
7	2023	2.086.590,76	1.198.678,38
6	2024	2.098.149	1.207.384

Berdasarkan Tabel 4 dapat dilihat estimasi hasil panen produksi padi dan beras di Provinsi Sumatera Utara pada tahun 2017-2024 yang didapat. Pada Tabel 4 juga terlihat estimasi hasil panen produksi padi dan beras di Provinsi Sumatera Utara mengalami kenaikan setiap tahunnya. Berikut tabel 5 merupakan tabel pertambahan hasil panen produksi padi dan beras dari tahun 2017-2024 sebagai berikut:

Tabel 5. Pertambahan Hasil Panen Produksi Padi dan Beras di Provinsi Sumatera Utara Tahun 2017-2024

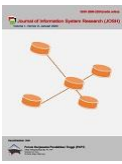
No.	Tahun	Padi (ton)	Beras (ton)
1	2017-2018	11.939	6.348
2	2018-2019	11.865	6.335
3	2019-2020	11.790	6.322
4	2020-2021	11.714	6.308
5	2021-2022	23.504	15.053
6	2022-2023	11.637	8.703
7	2023-2024	11.558	8.706
Rata-Rata ((x̄))		13.430	8.254

4. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan diatas dan hasil dari penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa penggunaan model verhulst dalam menentukan solusi awal padi menggunakan metode runge kuta orde 4 dengan $h = 1; r = 0; t_r = 0$ sehingga menghasilkan $P_r = 2.004.143$ dengan nilai $P' = 11.975,039$. $h = 1; r = 1; t_r = 1$ sehingga menghasilkan $P_r = 2.016.081,6$ dengan nilai $P' = 11.901,9578$. $h = 1; r = 2; t_r = 2$ sehingga menghasilkan $P_r = 2.027.946,5$ dengan nilai $P' = 11.827,6348$. $h = 1; r = 3; t_r = 3$ sehingga menghasilkan $P_r = 2.039.736,47$ dengan nilai $P' = 11.752,1073$. Sedangkan penggunaan model verhulst dalam menentukan solusi awal beras menggunakan metode runge kuta orde 4 dengan $h = 1; r = 0; t_r = 0$ sehingga menghasilkan $P_r = 1.149.609$ dengan nilai $P' = 6.354,51146$. $h = 1; r = 1; t_r = 1$ sehingga menghasilkan $P_r = 1.155.957,25$ dengan nilai $P' = 6.341,90266$. $h = 1; r = 2; t_r = 2$ sehingga menghasilkan $P_r = 1.162.292,64$ dengan nilai $P' = 6.328,79714$ $h = 1; r = 3; t_r = 3$ sehingga menghasilkan $P_r = 1.168.614,68$ dengan nilai $P' = 6.315,19907$. Penggunaan metode Milne-Simpson untuk estimasi produksi padi di Provinsi Sumatera Utara yaitu pada tahun 2023 mencapai hasil sebesar 2.086.590,76 ton dan tahun 2024 sebesar 2.098.149 ton. Sedangkan penggunaan metode Milne-Simpson untuk estimasi produksi beras di Provinsi Sumatera Utara yaitu pada tahun 2023 sebesar 1.198.678,38 ton dan tahun 2024 sebesar 1.207.384 ton. Dari hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa setiap tahunnya hasil estimasi jumlah produksi padi dan beras di Provinsi Sumatera Utara meningkat dari tahun sebelumnya ataupun stabil.

REFERENCES

[1] I. Suryani, A. Suprianto, W. Wartono, and R. Rahmadeni, "Solusi Numerik Model Verhulst Pada Estimasi Pertumbuhan Produksi Padi Menggunakan Metode Milne-Simpson dan Metode Adams-Bashforth-Moulton," Jurnal Sains Matematika dan Statistika, vol. 9, no. 1, p. 27, Jan. 2023, doi: 10.24014/jsms.v9i1.19694.
[2] Q. A. Mahmuda, W. Sari, and D. Agustin, "Analisis Pengendalian Internal Persediaan Bahan Baku terhadap Aktivitas Produksi," vol. 1, no. 5, 2022
[3] Sintama, N. "Pemberian Berbagai Jenis Kompos dan Interval Pemberian Air Terhadap Pertumbuhan, Produksi dan



- Perkembangan Tanaman Padi (*Oryza Sativa L*)". (Doctoral dissertation, Universitas Bosowa), 2022
- [4] I. Pratiwi Gurning et al., "TREND AND ESTIMATION OF RICE PRODUCTION AND RICE CONSUMPTION IN CENTRAL BORNEO PROVINCE," vol. 14, no. 1, Feb. 2019, pp. 48-61.
- [5] Maharani, F., Batubara, S., Makharani, M., Utami, T. W., Sayuti, A., Shanty, A. M. M., & Hasibuan, L. S. "Pengantar Ekonomi", 2022
- [6] Berita Resmi Statistik. Luas Panen dan Produksi Padi di Provinsi Sumatera Utara 2022 (Angka Tetap). No. 17/03/12/Th. XXVI, 1 Maret 2023.
- [7] D. S. O. Panggabean, E. Buulolo, and N. Silalahi, "Penerapan Data Mining Untuk Memprediksi Pemesanan Bibit Pohon Dengan Regresi Linear Berganda," JURIKOM (Jurnal Riset Komputer), vol. 7, no. 1, pp. 56, Feb. 2020, doi: 10.30865/jurikom.v7i1.1947.
- [8] H. Cipta, "EFEKTIVITAS PEMBELAJARAN MODEL GRASHA-RIECHMANN TERHADAP PRESTASI BELAJAR MATEMATIKA SISWA." Januari. 2018.
- [9] Y. Maharani and R. Syafitri Lubis, "PROBLEMATIKA PEMBELAJARAN MATEMATIKA PADA PEMBELAJARAN TATAP MUKA TERBATAS (PTMT) DI SMP MUHAMMADIYAH," vol. 2, no. 6, Desember 2022, doi: 2808-8832.
- [10] I. Pratiwi Gurning et al., "TREND AND ESTIMATION OF RICE PRODUCTION AND RICE CONSUMPTION IN CENTRAL BORNEO PROVINCE," vol. 14, no. 1, Feb. 2019, pp. 48-61.
- [11] Aksim, D., Pavlov, D., "Ontheextension of Milne-Simpson methods for numerical integration of delay differential equation and application to the moon orbit", Mathematics in Computer Science, vol. 14, pp. 103-109, 2020.
- [12] S. Side, M. S. Wahyuni, and D. Arifuddin, "Solusi Numerik Model Verhulst pada Estimasi Pertumbuhan Hasil Panen Padi dengan Metode Adam Bashforth-Moulton (ABM)," vol. 2, no. 1, pp. 91-98, April 2019.
- [13] A. Wanto et al., "Epoch Analysis and Accuracy 3 ANN Algorithm using Consumer Price Index Data in Indonesia," Scitepress, May 2021, pp. 35–41. doi: 10.5220/0010037400350041.
- [14] R. Manafe and K. Br Ginting, "ANALISIS MODEL VERHULTS KAITANNYA DENGAN KETERSEDIAAN DOKTER UMUM DI KABUPATEN TTS," J-ICON, vol. 7, no. 1, pp. 9–16, 2019.
- [15] S. Side, M. S. Wahyuni, and D. Arifuddin, "Solusi Numerik Model Verhulst pada Estimasi Pertumbuhan Hasil Panen Padi dengan Metode Adam Bashforth-Moulton (ABM)," vol. 2, no. 1, pp. 91-98, April 2019.
- [16] R. A. Samosir, M. F. Rozy, and A. P. Windarto, "Penerapan Algoritma Regresi Linier Berganda dalam Mengestimasi Jumlah Perceraian di Pengadilan Agama Simalungun," vol. 2, no. 1, pp. 16–20, Juni 2021.
- [17] H. A. Sitompul and E. W. B. Siahaan, "SOLUSI NUMERIK PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA ORDE DUA DENGAN SISTEM PERSAMAAN NONLINIER," JURNAL ILMIAH TEKNIK SIPIL, vol. 11, no. 2, p. 379, Aug. 2022, doi: 10.46930/tekniksipil.v11i2.2841.
- [18] Aksim, D., Pavlov, D., "Ontheextension of Milne-Simpson methods for numerical integration of delay differential equation and application to the moon orbit", Mathematics in Computer Science, vol. 14, no. 103-109, April 2020.
- [19] P. S. Studi et al., "HUBUNGAN SELF EFFICACY DENGAN PROBLEM FOCUSED COPING PADA PASIEN HIPERTENSI," Jurnal Ners Widya Husada, vol. 7, no. 1.
- [20] Apriani, D., Wasono, W., & Huda, M. N. "Penerapan Metode Adams- Bashforth-Moulton pada Persamaan Logistik Dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Kalimantan Timur", 2022. vol. 13, no. 2, pp. 95-102.